

*Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca*  
**M334 – ESAME DI STATO DI ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE**

CORSO DI ORDINAMENTO

**Indirizzo:** Elettrotecnica e Automazione

**Tema di:** Elettrotecnica

**(Testo valevole per i corsi di ordinamento e per i corsi sperimentali del progetto “SIRIO”)**

Un motore asincrono trifase a 6 poli, collegato a stella, è alimentato alla tensione di 400 V con frequenza 50 Hz.

Durante il funzionamento a pieno carico sono state misurate le seguenti grandezze:

- corrente assorbita dalla linea  $I_1 = 35$  A;
- fattore di potenza  $\cos\varphi_1 = 0,9$ ;
- velocità di rotazione dell'albero motore  $n = 970$  giri/min.

Dalla prova a vuoto, effettuata a tensione e frequenza nominali, si sono ottenuti i seguenti dati:

- corrente assorbita dalla linea  $I_0 = 10$  A;
- fattore di potenza  $\cos\varphi_0 = 0,15$ .

Inoltre si sa che:

- a. le perdite meccaniche sono  $P_m = 300$  W;
- b. la resistenza di una fase statorica, alla temperatura di regime, è  $R_1 = 0,15$   $\Omega$ ;
- c. il rapporto tra la corrente allo spunto, a pieno carico, e la corrente nominale è pari a 5,8.

Il candidato, fatte le eventuali ipotesi aggiuntive che ritiene necessarie:

1. determini il rendimento del motore e la coppia sviluppata nel funzionamento normale a pieno carico;
2. descriva, nell'ipotesi che il motore debba ridurre la velocità a pieno carico del 10%, il sistema di regolazione e ne effettui il dimensionamento.

Infine, nell'ipotesi che il motore si debba avviare con una coppia resistente di 78,5 Nm, il candidato indichi le condizioni per avere un corretto avviamento del motore, limitando la corrente allo spunto, e individui e dimensioni il dispositivo in grado di consentire tale corretto avviamento.

Anche quest'anno i tecnici del ministero hanno riciclato, con poche modifiche, un vecchio tema d'esame del 1967, lasciando peraltro un dato inutile e potenzialmente fuorviante, oltre che incoerente con quanto è possibile calcolare senza incerte ipotesi aggiuntive ( il rapporto 5,8 tra corrente di spunto e corrente nominale).

## SOLUZIONE

L'unica ipotesi aggiuntiva che qui proponiamo è quella di ipotizzare un motore asincrono con rotore avvolto.

### 1 - Rendimento del motore e coppia sviluppata nel funzionamento normale a pieno carico

A pieno carico il motore assorbe la corrente  $I_1 = 35$  A con  $\cos \varphi_1 = 0,9$

Calcolo della potenza assorbita:

$$P_A = \sqrt{3} V_1 I_1 \cos \varphi_1 = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 35 \cdot 0,9 = 21820 \text{ W}$$

Calcolo della potenza a vuoto:

$$P_0 = \sqrt{3} V_1 I_0 \cos \varphi_0 = \sqrt{3} \cdot 400 \cdot 10 \cdot 0,15 = 1040 \text{ W}$$

Perdite joule a vuoto nell'ipotesi che la prova a vuoto sia stata eseguita alla temperatura di funzionamento:

$$P_{J_0} = 3R_1 I_0^2 = 3 \cdot 0,15 \cdot 10^2 = 45 \text{ W}$$

Perdite nel ferro:

$$P_{Fe} = P_0 - P_{J_0} - P_m = 1040 - 45 - 300 = 695 \text{ W}$$

Perdite joule a pieno carico:

$$P_J = 3R_1 I_1^2 = 3 \cdot 0,15 \cdot 35^2 = 551 \text{ W}$$

Potenza trasmessa:

$$P_T = P_A - P_J - P_{Fe} - P_{add} = 21820 - 551 - 695 - 0,005 \cdot 21820 = 20465 \text{ W}$$

Velocità angolare sincrona:

$$\omega_1 = 2\pi \frac{1000}{60} = 104,7 \text{ rad/s}$$

Velocità angolare dell'albero:

$$\omega_2 = 2\pi \frac{970}{60} = 101,6 \text{ rad/s}$$

Calcolo della **coppia sviluppata** (coppia trasmessa):

$$C_T = \frac{P_T}{\omega_1} = \frac{20465}{104,7} = 195,5 \text{ Nm}$$

Calcolo coppia d'attrito:

$$C_m = \frac{P_m}{\omega_2} = \frac{300}{101,6} = 2,95 \text{ Nm}$$

Coppia resa:

$$C_R = C_T - C_m = 195,5 - 2,95 = 192,6 \text{ Nm}$$

Potenza resa:

$$P_R = \omega_2 C_R = 101,6 \cdot 192,6 = 19563 \text{ W}$$

Rendimento del motore:

$$\eta = \frac{P_R}{P_A} = \frac{19563}{21820} = 0,897$$

## 2 - Riduzione della velocità del 10 %

Ipotizzando una macchina a rotore avvolto si può inserire una resistenza rotorica addizionale per ottenere una riduzione del 10% della velocità a **parità di coppia sviluppata**.

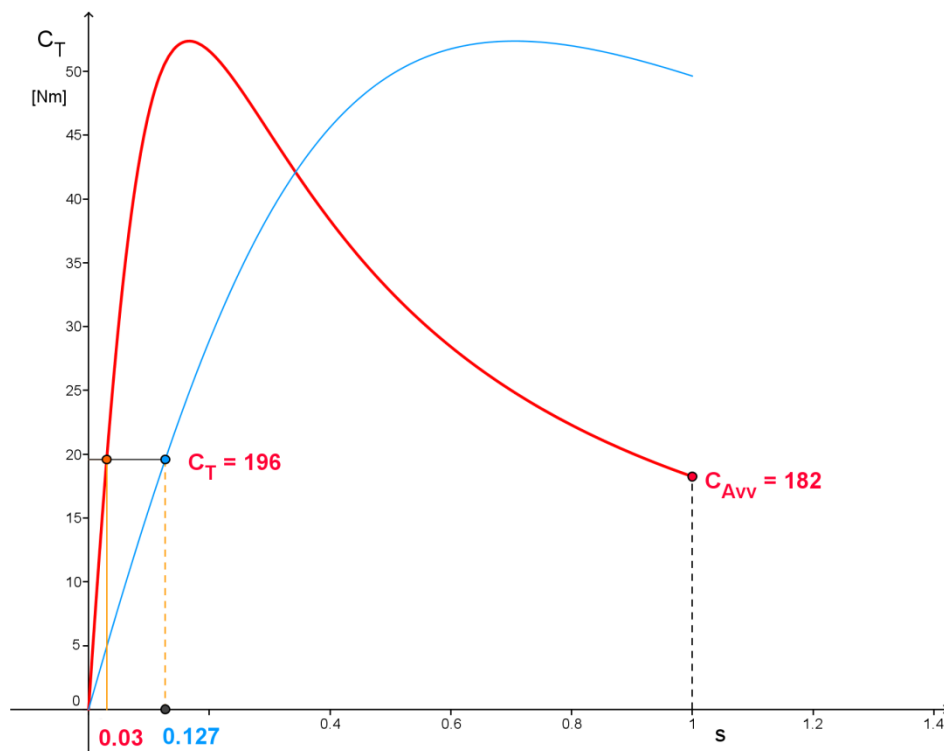


Fig. 1 – La caratteristica meccanica standard (rossa) e con resistenza addizionale inserita

Infatti un aumento della resistenza rotorica comporta uno spostamento del massimo della caratteristica meccanica come in figura 1.

La velocità richiesta è:

$$n_2 = 970 - 0,1 \cdot 970 = 873 \text{ rpm}$$

e lo scorrimento:

$$s_2 = \frac{1000 - 873}{1000} = 0,127$$

Basandoci sul circuito primario a flusso bloccato:

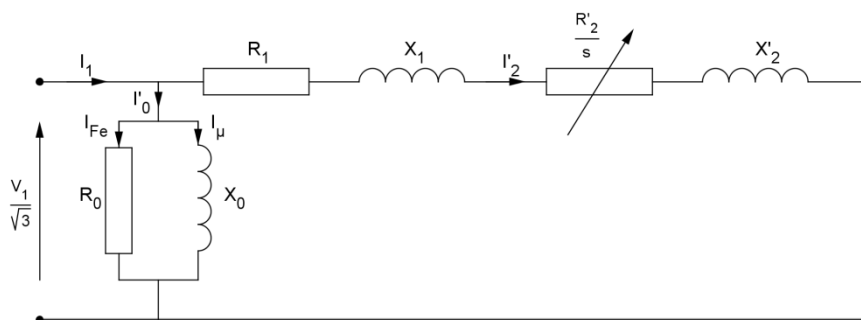


Fig. 2 – Circuito equivalente a flusso bloccato del motore asincrono

Determiniamo la corrente rotorica riportata allo statore  $I'_2$ . Dal fattore di potenza ricaviamo gli angoli di fase della corrente assorbita e della corrente a vuoto.

Posta a  $0^\circ$  la tensione di fase:  $V_{1f}$

$$V_{1f} = 230 \angle 0^\circ \text{ V}$$

si trovano le correnti dopo aver determinato gli angoli:

$$\varphi = \arccos 0,9 = 25,8^\circ \quad \varphi_0 = \arccos 0,15 = 81,4^\circ$$

le correnti in forma polare sono:

$$I_1 = 35 \angle -25,8^\circ \text{ A}$$

$$I_0 = 10 \angle -81,4^\circ \text{ A}$$

Calcoliamo  $I'_2$  per differenza:

$$I'_2 = I_1 - I_0 = 35 \angle -25,8^\circ - 10 \angle -81,4^\circ$$

$$I'_2 = I_1 - I_0 = 31,5 - j15,2 - 1,5 + j9,98 = 30 - j5,25 = 30,5 \angle -9,93^\circ \text{ A}$$

Nota questa corrente si può calcolare l'impedenza del ramo longitudinale del circuito equivalente:

$$Z'_{eq} = \frac{V_{1f}}{I'_2} = \frac{230}{30,5} = 7,54 \Omega$$

e quindi la parte reale e la parte immaginaria:

$$R_1 + \frac{R'_2}{s} = 7,54 \cos(9,93^\circ) = 7,43 \Omega \quad X_1 + X'_2 = 7,54 \sin(9,93^\circ) = 1,3 \Omega$$

Ora calcoliamo  $R'_2$ :

$$\frac{R'_2}{s} = 7,54 \cos(9,93^\circ) = 7,43 - 0,15 = 7,28 \Omega$$

$$R'_2 = 0,03 \cdot 7,28 = 0,218 \Omega$$

Posto che  $R'_x = R'_2 + R'_{add}$  sia la resistenza rotorica che provoca la riduzione di velocità a parità di coppia trasmessa (195,5 Nm) avremo:

$$C_T = \frac{pV^2}{2\pi f} \frac{\frac{R'_x}{s_2}}{\left(R_1 + \frac{R'_x}{s_2}\right)^2 + (X_1 + X'_2)^2}$$

$$195,5 = 1529 \frac{\frac{R'_x}{0,127}}{\left(0,15 + \frac{R'_x}{0,127}\right)^2 + (1,3)^2}$$

da cui dopo alcuni passaggi si ottiene l'equazione di 2° grado:

$$R_x^2 - 0,953 \cdot R'_x + 0,0276 = 0$$

che risolta dà:

$$R'_x = \frac{0,953 \pm \sqrt{0,953^2 - 4 \cdot 0,0276}}{2} = \frac{0,953 \pm 0,893}{2} = \frac{0,923}{0,03}$$

Delle due soluzioni la minore non è fisicamente accettabile in quanto minore della resistenza di fase rotorica riportata allo statore  $R'_2 = 0,218 \Omega$ .

Si accetta quindi la soluzione:

$$R'_x = 0,923 \Omega$$

$$R'_{add} = 0,923 - 0,218 = 0,705 \Omega$$

Ipotizzando un rapporto di trasformazione, ad esempio di 1,3, avremo:

$$R_{add} = \frac{0,705}{1,3^2} = 0,417 \Omega$$

### 3 – Avviamento a tensione ridotta

Con la formula:

$$C_{Avv} = \frac{pV^2}{2\pi f} \frac{R'_2}{(R_1 + R'_2)^2 + (X_1 + X'_2)^2}$$

possiamo calcolare la coppia d'avviamento naturale del motore:

$$C_{Avv} = 1529 \frac{0,218}{(0,15 + 0,218)^2 + (1,3)^2} = 182,6 \text{ Nm}$$

e la corrente di spunto relativa:

$$I_{Avv} = \frac{V_{1f}}{(R_1 + R'_2) + j(X_1 + X'_2)} = \frac{230}{(0,15 + 0,218) + j1,3} = \frac{230 \angle 0^\circ}{1,35 \angle 74^\circ} = 170 \angle -74^\circ \text{ A}$$

All'avviamento è richiesta una coppia di 78,5 Nm, notevolmente inferiore ai 182,6 Nm che il motore è in grado di dare. Ciò suggerisce la possibilità di un avviamento a tensione ridotta mediante autotrasformatore, in modo da ridurre la corrente di spunto.

La coppia richiesta è di 78,5 Nm cui va aggiunta la coppia d'attrito di circa 3 Nm.

Tuttavia per garantire un buon margine di sicurezza all'avviamento, decidiamo di non scendere al di sotto dei 100 Nm.

La coppia dipende, tra l'altro, dal quadrato della tensione di alimentazione, per cui con una semplice proporzione troviamo la minima tensione di alimentazione utile per avere una coppia di spunto di 100 Nm:

$$V_{1n}^2 : C_{AvvN} = V_1^2 : C_{Avv}$$

$$400^2 : 182,6 = V_1^2 : 100$$

da cui ricaviamo la tensione di alimentazione necessaria:

$$V_1 = \sqrt{\frac{V_{1n}^2 \cdot C_{Avv}}{C_{AvvN}}} = \sqrt{\frac{400^2 \cdot 100}{182,6}} = 296 \text{ V}$$

Questa sarà quindi la tensione concatenata d'uscita dell'autotrasformatore:

$$V_2 = 296 \text{ V}$$

Per determinare la tensione secondaria a vuoto  $V_{20}$  ipotizziamo una cdt del 10%, trattandosi di una macchina per servizio discontinuo limitato a poche decine di secondi:

$$V_{20} = 1,1 \cdot V_2 = 1,1 \cdot 296 = 326 \text{ V}$$

Il rapporto di trasformazione dell'autotrasformatore sarà allora:

$$k_0 = \frac{V_{1n}}{V_{20}} = \frac{400}{326} = 1,23$$

Ricordando che l'impedenza longitudinale allo spunto è:

$$(R_1 + R'_2) + j(X_1 + X'_2) = (0,15 + 0,218) + j1,3 = 1,35 \angle 74^\circ \Omega$$

si trova la corrente di spunto a tensione ridotta:

$$I_{Avv} = \frac{296}{\sqrt{3} \cdot 1,35} = 127 \text{ A}$$

La corrente assorbita al primario trascurando la corrente a vuoto dell'autotrasformatore è:

$$I_{1Avv} = \frac{I_{Avv}}{k_0} = \frac{127}{1,23} = 103 \text{ A}$$

La potenza passante dell'autotrasformatore è:

$$S_2 = \sqrt{3}V_2I_2 = \sqrt{3} \cdot 326 \cdot 127 = 71708 \text{ VA}$$

La potenza di dimensionamento:

$$S_d = S_2 \left(1 - \frac{1}{k_0}\right) = 71708 \left(1 - \frac{1}{1,23}\right) = 13410 \text{ VA}$$

Per una macchina a servizio intermittente possiamo considerare una autotrasformatore con il 30% della potenza di dimensionamento e quindi:

$$S_d = 0,30 \cdot 13410 = 4 \text{ kVA}$$