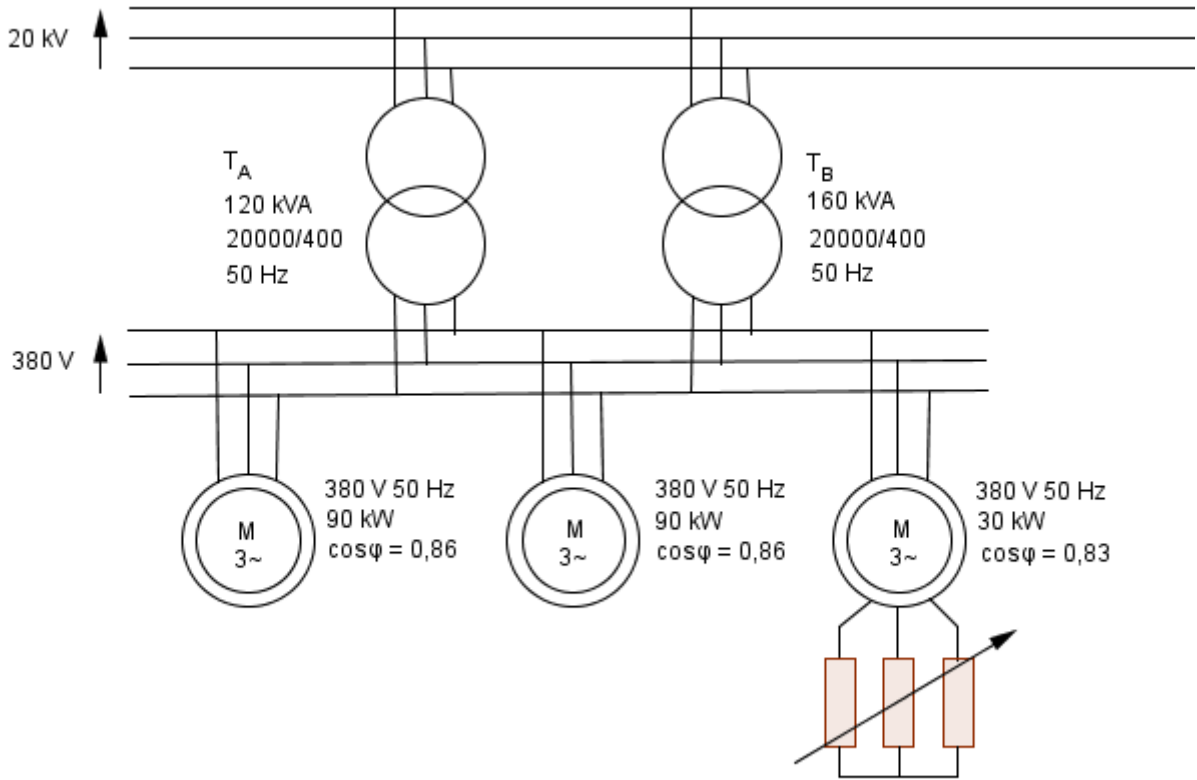


Soluzione commentata

L'installazione proposta dal tema d'esame può essere rappresentata dallo schema seguente:



1ª Parte

Per i trasformatori il tema fornisce i dati:

potenza nominale	tensione nominale primaria	tensione secondaria a vuoto	potenza di corto circuito	potenza a vuoto	cosφ _{CC}
120 kVA	20 kV	400 V	2,4 %	0,9%	0,4
160 kVA	20 kV	400 V	2,2 %	0,8%	0,4

Per i motori asincroni:

numero motori	potenza nominale	rendimento	cosφ	coppia nominale
2	90 kW	0,94	0,86	581 Nm
1	30 kW	0,92	0,83	195 Nm

Il testo precisa altresì che i motori lavorano alle condizioni nominali.
Per “coppia nominale” deve intendersi: coppia resa in condizioni nominali.

Ipotizziamo ovviamente che si tratti di un impianto in corrente alternata trifase e che la frequenza sia di 50 Hz. Per poter essere messi in parallelo i trasformatori devono appartenere allo stesso gruppo.
Nei calcoli successivi trascureremo le perdite addizionali.

1 – Calcolo delle correnti erogate dai trasformatori

Dobbiamo innanzitutto calcolare la corrente complessivamente assorbita dai carichi.
Calcoliamo quindi le potenze attive e reattive assorbite dai motori M₁, M₂ ed M₃.
Decidiamo anche di chiamare V₂ la tensione di alimentazione dei carichi che coincide con la tensione secondaria dei trasformatori

$$P_{AM1} = P_{AM2} = \frac{P_{n1}}{\eta_1} = \frac{P_{n2}}{\eta_2} = \frac{90000}{0,94} = 95745 \text{ W}$$

$$P_{AM3} = \frac{P_{n3}}{\eta_3} = \frac{30000}{0,92} = 32609 \text{ W}$$

Conviene anche calcolare le correnti assorbite dai motori:

$$I_{AM1} = I_{AM2} = \frac{P_{AM1}}{\sqrt{3}V_2\cos(\varphi_{M1})} = \frac{95745}{\sqrt{3} 380 0,86} = 169 \text{ A}$$

$$I_{AM3} = \frac{P_{AM3}}{\sqrt{3}V_2\cos(\varphi_{M3})} = \frac{32609}{\sqrt{3} 380 0,83} = 59,7 \text{ A}$$

Per il calcolo della corrente complessivamente assorbita dai motori ricorriamo al metodo delle potenze (teorema di Boucherot).

Calcoliamo quindi la potenza attiva e reattiva totale. Chiameremo queste potenze P₂ e Q₂ dato che saranno anche le potenze erogate complessivamente dai secondari dei trasformatori.

1.1 - Potenza attiva e reattiva totale assorbita dai carichi

$$P_2 = P_{AM1} + P_{AM2} + P_{AM3} = 2 \times 95745 + 32609 = 224100 \text{ W}$$

Calcoliamo le potenze reattive.

$$\varphi_{M1} = \arccos(0,86) = 30,7^\circ \quad \tan\varphi_{M1} = 0,593$$

$$\varphi_{M3} = \arccos(0,83) = 33,9^\circ \quad \tan\varphi_{M3} = 0,672$$

$$Q_{AM1} = Q_{AM2} = P_{AM1} \tan\varphi_{M1} = 95745 \cdot 0,593 = 56777 \text{ W}$$

$$Q_{AM3} = P_{AM3} \tan\varphi_{M3} = 32609 \cdot 0,672 = 21913 \text{ W}$$

$$Q_2 = 2 \times 56777 + 21913 = 135467 \text{ VAR}$$

Calcoliamo ora la potenza apparente:

$$S_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = \sqrt{224100^2 + 135467^2} = 261863 \text{ VA}$$

$$\cos\varphi_{\text{tot}} = 224100/261863 = 0,856$$

1.2 – Corrente totale assorbita dai carichi

Possiamo ora ricavare la corrente I_2 complessivamente assorbita dai carichi e quindi erogata dal parallelo dei trasformatori:

$$I_2 = \frac{S_2}{\sqrt{3}V_2} = \frac{261863}{\sqrt{3} \cdot 380} = 398 \text{ A}$$

1.3 – Parametri secondari equivalenti dei trasformatori

Notiamo che i due trasformatori hanno lo stesso $\cos \varphi_{cc} = 0,4$, ma non le stesse Potenze di corto circuito percentuali. Torneremo in seguito su questo fatto.

Trasformatore A

Calcoliamo la corrente secondaria nominale, considerando che la tensione secondaria a vuoto V_{20} è la stessa per entrambe le macchine:

$$I_{2nA} = \frac{S_{nA}}{\sqrt{3} V_{20}} = \frac{120000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 173,2 \text{ A}$$

Potenza di corto circuito:

$$P_{ccA} = 2,4\% \cdot S_{nA} = 0,024 \cdot 120000 = 2880 \text{ W}$$

$$\cos \varphi_{cc} = 0,4 \quad \varphi_{cc} = 66,4^\circ \quad \tan \varphi_{cc} = 2,29$$

poiché $P_{ccA} = 3 \cdot R''_{eqA} \cdot I_{2nA}^2$

$$R''_{eqA} = 0,0320 \Omega$$

$$X''_{eqA} = R''_{eqA} \cdot \tan \varphi_{cc} = 0,0320 \cdot 2,29 = 0,0733 \Omega$$

$$Z''_{eqA} = 0,0320 + j 0,0733 = 0,08 \angle 66,4^\circ \Omega$$

Trasformatore B

$$I_{2nB} = \frac{S_{nB}}{\sqrt{3} V_{20}} = \frac{160000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 231 \text{ A}$$

Potenza di corto circuito:

$$P_{ccB} = 2,2\% \cdot S_{nB} = 0,022 \cdot 160000 = 3520 \text{ W}$$

$$\cos \varphi_{cc} = 0,4 \quad \varphi_{cc} = 66,4^\circ \quad \tan \varphi_{cc} = 2,29$$

poiché $P_{ccB} = 3 \cdot R''_{eqB} \cdot I_{2nB}^2$

$$R''_{eqB} = 0,022 \Omega$$

$$X''_{eqB} = R''_{eqB} \cdot \tan \varphi_{cc} = 0,022 \cdot 2,29 = 0,0504 \Omega$$

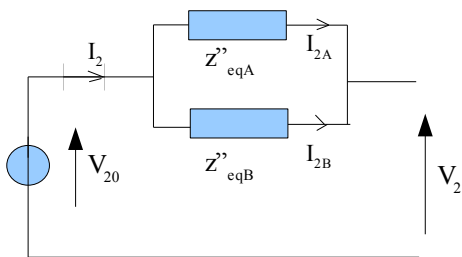
$$Z''_{eqB} = 0,022 + j 0,0504 = 0,055 \angle 66,4^\circ \Omega$$

1.4 – Correnti erogate dai trasformatori

Osserviamo intanto che i due trasformatori hanno la stessa tensione secondaria a vuoto. Ciò significa che non vi sarà corrente di circolazione a vuoto. Come già evidenziato $\cos \phi_{cc} = 0,4$ è identico per le due macchine, il che significa che le correnti secondarie saranno in fase.

Tuttavia le diverse $P_{cc} \%$ indicano che i triangoli di corto circuito non sono uguali. Ciò è confermato dal calcolo delle tensioni di corto circuito percentuali: $v_{ccA}\% = P_{ccA}\% / \cos \phi_{cc} = 2,4/0,4 = 6\%$ e $v_{ccB}\% = P_{ccB}\% / \cos \phi_{cc} = 2,2/0,4 = 5,5\%$. Nella pratica un parallelo di questo tipo dovrebbe essere evitato in quanto il sistema è squilibrato dal punto di vista dell'erogazione delle correnti.

Poiché le tensioni secondarie a vuoto sono uguali, i due secondari sono equivalenti ad un generatore di tensione V_{20} con in serie il parallelo delle impedenze secondarie equivalenti.



Le correnti erogate dai trasformatori, in questo caso, coincidono con le correnti sui rami del parallelo calcolate, ad esempio, mediante la formula del partitore di corrente:

$$I_{2A} = \frac{Z_{eqB}}{Z_{eqA} + Z_{eqB}} I_2 = \frac{0,055}{0,055 + 0,08} 398 = \frac{0,055}{0,135} 398 = 162 \text{ A}$$

$$I_{2B} = \frac{Z_{eqA}}{Z_{eqA} + Z_{eqB}} I_2 = \frac{0,08}{0,055 + 0,08} 398 = \frac{0,08}{0,135} 398 = 236 \text{ A}$$

Notiamo che questi calcoli divengono semplici calcoli algebrici dal momento che tutte le impedenze hanno lo stesso angolo caratteristico ($66,4^\circ$).

Confrontiamo questi valori con le correnti nominali precedentemente calcolate: $I_{2nA} = 173,2 \text{ A}$ e $I_{2nB} = 231 \text{ A}$ e osserviamo che il trasformatore B è in leggero sovraccarico.

Se si fossero rispettate le condizioni per un parallelo perfetto ($v_{ccA}\% = v_{ccB}\%$, a parità delle altre condizioni) le due macchine avrebbero erogato correnti nello stesso rapporto dato dalle correnti nominali: $I_{2nB} / I_{2nA} = 1,334$. Con un semplice calcolo si ricava: $I_{2A} = 170,5 \text{ A}$ e $I_{2B} = 227,4 \text{ A}$, entrambe entro i valori nominali.

1.4 Rendimento

Calcolate le perdite Joule dei due trasformatori:

$$P_{JA} = 3 R''_{eqA} I_{2A}^2 = 2519 \text{ W}$$

$$P_{JB} = 3 R''_{eqB} I_{2B}^2 = 3670 \text{ W}$$

e le perdite a vuoto:

$$P_{0A} = 0,9/100 \cdot 120000 = 1080 \text{ W}$$

$$P_{0B} = 0,8/100 \cdot 160000 = 1280 \text{ W}$$

Calcoliamo la potenza assorbita totale e il rendimento:

$$P_{\text{ass}} = P_2 + P_{0A} + P_{0B} + P_{JA} + P_{JB} = 224100 + 1080 + 1280 + 2519 + 3670 = 232649$$

$$\eta = 224100/232649 = 0,963 = 96,3 \%$$

1.5 - Calcolo degli scorrimenti

Calcoliamo le velocità angolari:

per tutti i motori a 4 poli, abbiamo:

$$\omega_0 = \frac{2\pi n_1}{60} = \frac{2\pi \cdot 1500}{60} = 157 \text{ rad/s}$$

Per i primi due motori:

$$\omega_2 = \frac{P_n}{C_r} = \frac{90000}{581} = 154,9 \text{ rad/s}$$

da cui:

$$n_2 = \frac{\omega_2 \cdot 60}{2\pi} = 1480 \text{ giri/minuto}$$

mentre lo scorrimento:

$$s = \frac{\omega_0 - \omega_2}{\omega_0} = \frac{157 - 154,9}{157} = 0,0134$$

Per il terzo motore:

$$\omega_2 = \frac{P_n}{C_r} = \frac{30000}{195} = 153,8 \text{ rad/s}$$

$$n_2 = \frac{\omega_2 \cdot 60}{2\pi} = 1470 \text{ giri/minuto}$$

$$s = \frac{\omega_0 - \omega_2}{\omega_0} = \frac{157 - 153,8}{157} = 0,020$$

2ª Parte

Il tema d'esame propone alcuni dati aggiuntivi relativi al motore da 30 kW

- rapporto di trasformazione $m = 1,3$;
- perdite meccaniche per attrito e ventilazione $P_m = 750 \text{ W}$;
- potenza assorbita a vuoto $P_0 = 1800 \text{ W}$;
- fattore di potenza a vuoto $\cos \varphi_0 = 0,25$.

2.1 Rendimento nominale

Non si capisce il senso di questa richiesta in quanto se il motore da 30 kW funziona in condizioni nominali, come asserito dal testo, il rendimento nominale deve essere 0,92.

2.2 Calcolo della resistenza addizionale rotorica per una riduzione del 10% della velocità a parità di coppia resa

Premesso che questo metodo di regolazione della velocità è quantomeno inusuale oltre che particolarmente svantaggioso, comportando una sensibile diminuzione del rendimento della macchina, dovremo calcolare il valore della resistenza rotorica sulla base di alcune ipotesi semplificative .

2.2.1 Calcolo della corrente rotorica

In questi calcoli assumiamo come riferimento per gli angoli, l'asse reale su cui giace il vettore flusso Φ .

Calcoliamo la corrente a vuoto I_0 :

$$I_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3}V_1 \cos(\varphi_0)} = \frac{1800}{\sqrt{3} 380 0,25} = 10,94 \text{ A}$$

$\varphi_0 = \arccos(0,25) = 75,52^\circ$ e la fase della corrente a vuoto è:
 $90^\circ - 75,52^\circ = 14,48^\circ$, per cui in forma polare e algebrica:

$$I_0 = 10,94 \angle 14,48^\circ = 10,59 + j 2,73 \text{ A}$$

Precedentemente avevamo trovato: $I_1 = 59,7 \text{ A}$ con $\cos\varphi = 0,83$
 $\varphi = \arccos(0,83) = 33,9^\circ$, quindi in forma polare e algebrica:

$$I_1 = 59,7 \angle 56,1^\circ = 33,3 + j 49,55 \text{ A}$$

La corrente statorica di reazione I'_1 è data dalla differenza vettoriale tra I_1 e I_0 :

$$I'_1 = I_1 - I_0 = 33,3 + j 49,55 - (10,59 + j 2,73) = 22,71 + j 46,82 \text{ A}$$

$$I'_1 = 52 \angle 64,12^\circ \text{ A}$$

detto m il rapporto di trasformazione a circuiti di rotore aperti, si ha $m = 1,3$ e quindi si ottiene la corrente rotorica:

$$I_2 = I'_1 \cdot m = 52 \cdot 1,3 = 67,6 \text{ A}$$

Per il calcolo di R_2 , resistenza di fase rotorica, conviene determinare le perdite joule rotoriche. Queste si possono ottenere dalla relazione:

$$P_{JR} = s \cdot P_T$$

dove P_{JR} indica le perdite joule del rotore, P_T la potenza trasmessa e s lo scorrimento.

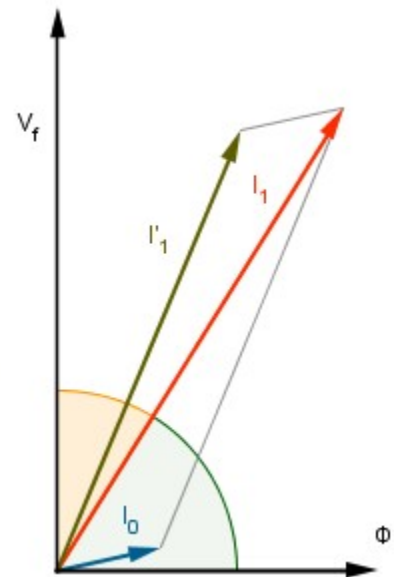
Per determinare P_T possiamo ricorrere alla coppia trasmessa o elettromagnetica C_T , che, come è noto, è anche uguale alla coppia meccanica C_M . Calcoliamo prima la potenza meccanica:

$$P_M = P_R + P_m = 30000 + 750 = 30750 \text{ W}$$

Avendo precedentemente calcolato $\omega_2 = 153,8 \text{ rad/s}$ (v. 1.5):

$$C_T = C_M = \frac{P_M}{\omega_2} = \frac{30750}{153,8} = 200 \text{ Nm}$$

La potenza trasmessa è data da:



$$P_T = \omega_0 \cdot C_T = 157 \cdot 200 = 31400 \text{ W}$$

Calcoliamo ora le perdite joule rotoriche:

$$P_{JR} = s \cdot P_T = 0,020 \cdot 31400 = 628 \text{ W}$$

da

$$P_{JR} = 3 \cdot R_2 \cdot I_2^2$$

$$628 = 3 \cdot R_2 \cdot 67,6^2$$

si ricaverà la resistenza di fase rotorica R_2 , ipotizzando il collegamento a stella:

$$R_2 = 0,04580 \text{ } \Omega$$

La nuova velocità del motore è:

$$n'_2 = 0,9 \cdot n_2 = 0,9 \cdot 1470 = 1323 \text{ giri/minuto}$$

$$\omega'_2 = 0,9 \cdot \omega_2 = 0,9 \cdot 153,8 = 138,42 \text{ rad/s}$$

lo scorrimento:

$$s' = \frac{\omega_0 - \omega_2}{\omega_0} = \frac{157 - 138,42}{157} = 0,118$$

La caratteristica meccanica, nella zona di funzionamento stabile può essere, con buona approssimazione, considerata lineare, per cui:

$$C_T = \frac{k_T}{R_2} s$$

Il tema prescrive che la variazione di velocità debba avvenire a parità di coppia resa, per cui si avrà anche:

$$C_T = \frac{k_T}{R'_2} s'$$

allora è possibile stabilire l'eguaglianza tra i membri di destra delle due equazioni:

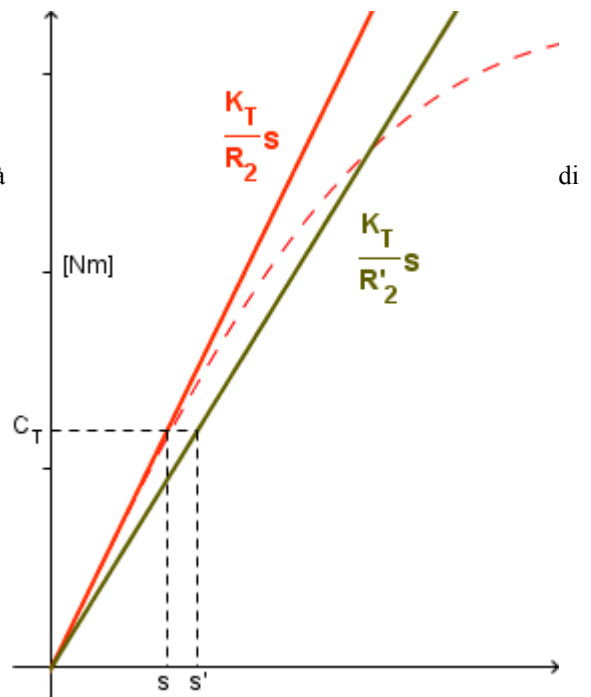
$$\frac{k_T}{R'_2} s' = \frac{k_T}{R_2} s$$

da cui ricaviamo:

$$R'_2 = \frac{s'}{s} R_2 = \frac{0,118}{0,020} \cdot 0,04580 = 0,270 \text{ } \Omega$$

sottraendo il valore della resistenza di fase rotorica si ottiene il valore della resistenza del reostato da inserire in serie:

$$R_{add} = 0,270 - 0,04580 = 0,224 \text{ } \Omega$$



3ª Parte

Se uno dei motori viene arrestato ovviamente diminuisce la potenza assorbita e conseguentemente erogata dai trasformatori:

Ripetendo calcoli precedenti abbiamo:

$$\text{Potenza attiva totale assorbita dai carichi: } P_2 = 128353$$

$$\text{Potenza reattiva totale assorbita dai carichi: } Q_2 = 78724$$

$$\text{Potenza apparente totale assorbita dai carichi: } S_2 = 150572$$

$$\text{Corrente totale assorbita dai carichi. } I_2 = 228,8 \text{ A}$$
$$\cos\phi_{\text{tot}} = 128353/150572 = 0,852$$

$$\text{Ripartizione del carico sui due trasformatori: } I_{2A} = 93,2 \quad I_{2B} = 135,6 \text{ A}$$
$$\text{Perdite per effetto joule sui trasformatori:}$$

$$P_{JA} = 3 R''_{eqA} I_{2A}^2 = 834 \text{ W}$$

$$P_{JB} = 3 R''_{eqB} I_{2B}^2 = 1213 \text{ W}$$

e quindi una consistente diminuzione delle perdite joule mentre le perdite a vuoto restano invariate:

$$P_{0A} = 0,9/100 \cdot 120000 = 1080 \text{ W}$$

$$P_{0B} = 0,8/100 \cdot 160000 = 1280 \text{ W}$$

trascurando ovviamente le perdite joule a vuoto.

Possiamo notare che il trasformatore B presenta perdite joule quasi uguali alle perdite a vuoto che approssimativamente coincidono con le perdite nel ferro. L'uguaglianza tra queste due perdite è la condizione per il massimo rendimento della macchina.

Anche il trasformatore B funziona più efficientemente e possiamo ipotizzare un leggero aumento del rendimento complessivo del parallelo.

Rendimento del parallelo:

$$P_{\text{ass}} = 128353 + 1080 + 1280 + 834 + 1213 = 132760$$

$$\eta = 128353/132760 = 0,967 = 96,7 \% \text{ in leggero aumento rispetto alla situazione precedente.}$$

In questo caso il rendimento totale dell'impianto è:

$$\eta = (90000+30000)/132760 = 0,904 \quad 90,4 \%$$

mentre nel caso di funzionamento a piena potenza abbiamo

$$\eta = (90000 + 90000 + 30000)/232649 = 210000/232649 = 0,903 \quad 90,3 \%$$