ESAME DI STATO 2009/2010 ELETTROTECNICA

http://www.sandroronca.it

Il tema proposto è un rimaneggiamento di un tema d'esame del 1967, con qualche minore modifica e l'aggiunta di alcune richieste.
Piuttosto sconcertante è la scelta di una linea di alimentazione con $Z_l = 3{,}2+j6$, che da sola consuma, dissipandola, una potenza pari al 72% della potenza assorbita dal carico (motore), generando una caduta di tensione che è il 111% della tensione di arrivo (di alimentazione del motore).

Ipotesi aggiuntive

Il testo non fornisce dati sulla prova a vuoto del motore, che permetterebbero di valutare sia la corrente a vuoto, sia la somma delle perdite meccaniche e nel ferro.
Si potrebbe procedere trascurando la corrente a vuoto e conseguentemente le perdite citate con un approssimazione piuttosto grossolana.
Come è noto la corrente a vuoto nell'asincrono è costituita prevalentemente dalla corrente magnetizzante che, come ordine di grandezza, si attesta su valori attorno al 30% della corrente nominale.
Consideriamo quindi la presenza almeno della corrente magnetizzante (trascuriamo la componente attiva della corrente a vuoto relativa alle perdite nel ferro):

$$I_\mu = 30\% I_n = 0{,}3 \cdot I_n$$

Questa corrente è in quadratura rispetto alla tensione di fase e quindi, assumendo come riferimento per gli angolo di fase l'asse reale su cui giace il flusso:

$$I_\mu = 0{,}3 \cdot I_n \underline{/0°}$$

Coppia resa a pieno carico

Con uno scorrimento del 3% ,noto che un motore a 6 poli (3 coppie polari) ha una velocità di sincronismo di

$$n_1 = \frac{60\, f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \quad \text{giri/min}$$

la velocità del rotore è di:

$$n_2 = n_1(1-s) = 1000(1-0{,}03) = 970 \quad \text{giri/min}$$

cui corrisponde una velocità angolare:

$$\omega_2 = \frac{2\pi\, 970}{60} = 101{,}6 \quad \text{rad/s}$$

ora calcoliamo la coppia resa:

$$T_R = \frac{P_R}{\omega_2} = \frac{20000}{101{,}6} = 197 \quad \text{Nm}$$

Corrente assorbita a pieno carico
Calcoliamo dapprima la potenza assorbita:

$$P_A = \frac{P_n}{\eta} = \frac{20000}{0{,}87} = 22990 \quad \text{W}$$

corrente assorbita coincidente con la corrente nominale:

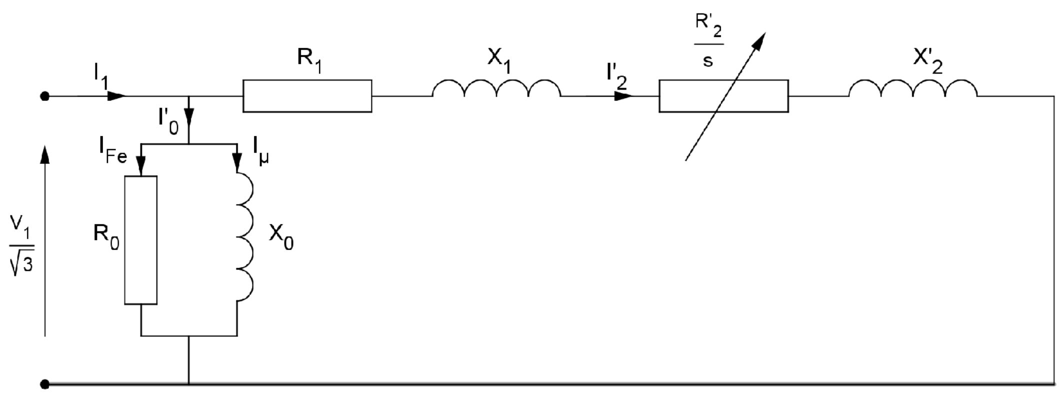
$$I_1 = \frac{P_A}{\sqrt{3}\, V \cos\varphi} = \frac{22990}{\sqrt{3}\cdot 400\cdot 0{,}8} = 41{,}5 \quad \text{A}$$

Essendo $\cos\varphi = 0{,}8$ avremo $\varphi = \arccos(0{,}8) = 36{,}87°$

l'angolo di fase della corrente I_1 è allora: $\alpha = 90° - 36{,}87° = 53{,}13°$. Siamo ora in grado di esprimere in forma complessa la corrente assorbita:

$$\boldsymbol{I}_1 = 41{,}5\cos(53{,}13°) + j\,41{,}5\sin(53{,}13°) = 24{,}9 + j\,33{,}16 \quad \text{A}$$

Ragionando sul circuito equivalente *a flusso bloccato*



nel quale immaginiamo di eliminare il ramo contenente R_0 (v. ipotesi aggiuntive), vediamo che possiamo valutare la corrente rotorica riportata allo statore, dopo aver determinato la corrente magnetizzante:

$$I_\mu = 0{,}3\cdot 41{,}5\,\underline{/0°} = 12{,}45 + j\,0 \quad \text{A}$$

$$\boldsymbol{I}'_2 = \boldsymbol{I}_1 - \boldsymbol{I}_\mu = 24{,}9 + j\,33{,}16 - 12{,}45 = 12{,}45 + j\,33{,}16 \quad \text{A}$$

In forma polare:

$$\boldsymbol{I}'_2 = 35{,}4\underline{/69{,}4°} \quad \text{A}$$

La corrente di spunto a pieno carico è:

$$I_S = 5{,}8\, I_n = 5{,}8 \cdot 41{,}5 = 241 \quad \text{A}$$

Ancora con il circuito equivalente a flusso bloccato possiamo trovare l'impedenza longitudinale allo spunto, cioè per $s = 1$.

$$Z'_{ecc} = \frac{V_f}{I_S} = \frac{230}{241} = 0{,}954 \quad \Omega$$

Coppia di spunto nominale
Ora cerchiamo di calcolare la coppia di spunto *nominale* del motore.

$$T_T = \frac{P_T}{\omega_1} = \frac{P_{JR}}{\omega_1 s}$$

quindi:

$$T_T = \frac{P_{JR}}{\omega_1 s} = \frac{3R'_2}{\omega_1}\frac{1}{s} I'^2_2$$

posto:

$$K = \frac{3R'_2}{\omega_1} \quad .$$

$$T_T = \frac{K}{s} I'^2_2$$

Posto $T_T = 197$ Nm, $s = 0{,}03$ e $I'_2 = 35{,}4$ A possiamo determinare K:

$$K = \frac{197 \cdot 0{,}03}{35{,}4^2} = 4{,}72 \cdot 10^{-3} \quad \text{N m / A}^2$$

La coppia di spunto può essere determinata con:

$$T_S = K I'^2_s$$

Qui possiamo porre:

$$I'_s \approx I_s = 241 \text{ A}$$

evitando di sottrarre la I_μ che può essere trascurata rispetto alla corrente di spunto senza grande errore, infatti:

$\frac{I_\mu}{I_s} = \frac{12{,}45}{241} = 0{,}05$ par circa al 5%. In alternativa si potrebbe supporre un fdp di corto circuito e procedere con la sottrazione.
Allora avremo per la coppia di spunto (leggermente sopravalutata avendo trascurato la corrente magnetizzante)

$$T_S = 4{,}72 \cdot 10^{-3} \cdot 241^2 = 274 \text{ Nm}$$

Vi è quindi buon margine per alimentare il motore a tensione ridotta al momento dello spunto.

Avviamento a tensione ridotta
Con una macchina con rotore a gabbia potremmo optare per un avviamento stella -triangolo che comporta una riduzione della corrente di spunto, ma anche la riduzione ad un terzo della coppia, il che ci porterebbe, seppur di poco sotto il valore richiesto di 100 Nm.
La scelta corretta è quindi quella di ricorrere ad un autotrasformatore riduttore.

Dimensionamento di massima dell'autotrasformatore di avviamento

Poiché la coppia dipende dal quadrato della tensione, a parità di altre condizioni, possiamo scrivere la proporzione:

$$274 : 400^2 = 100 : V_S^2$$

da cui si ottiene la tensione concatenata necessaria per avere la coppia di spunto richiesta:

$$V_S = \sqrt{\frac{400^2 \cdot 100}{274}} = 242 \text{ V}$$

Questo è il minimo valore di alimentazione per ottenere la coppia di spunto richiesta. Per avere un buon margine di sicurezza anche considerando che il valore ottenuto è una stima ottimistica riteniamo opportuno maggiorare del 20% la coppia di spunto (sarebbe anzi consigliabile non scendere sotto la metà della coppia di spunto), ottenendo:

$$V_S = \sqrt{\frac{400^2 \cdot 120}{274}} = 264 \quad \text{V}$$

Consideriamo poi che la tensione secondaria a vuoto dell'autotrasformatore dovrà essere maggiorata per tener conto delle cadute di tensione. Poiché il servizio di questa macchina è limitato al tempo di avviamento, in genere sotto il minuto, potremo accettare densità di corrente maggiori e quindi ipotizziamo una caduta di tensione del 10% (in luogo del canonico 5%) che darà:

$$V_{20} = \frac{V_S}{0{,}9} = 293 \quad \text{V}$$

arrotondati a:

$$V_{20} = 295 \quad \text{V}$$

Alimentando a 264 V il motore abbiamo una tensione di fase

$$V_f = \frac{264}{\sqrt{3}} = 152 \quad \text{V}$$

calcoliamo la corrente assorbita allo spunto alimentando a 264 V:

$$I_S = \frac{V_f}{Z'_{ecc}} = \frac{152}{0{,}954} = 159 \quad \text{A}$$

Essendo il rapporto di trasformazione dell'autotrasformatore::

$$k_0 = \frac{400}{295} = 1{,}36$$

allo spunto avremo sulla linea di alimentazione una corrente :

$$I_{1S} = \frac{I_s}{k_0} = \frac{159}{1{,}36} = 117 \quad \text{A}$$

pari circa al 48% delle corrente di spunto nominale.

Per una macchina in servizio continuo avremmo:

Potenza passante: $S_2 = \sqrt{3}\, V_2 I_2 = \sqrt{3}\, 295 \cdot 159 = 81{,}2 \quad \text{kVA}$

Potenza di dimensionamento:

$$S_d = S_2\left(1-\frac{1}{k_0}\right) = 81{,}2\left(1-\frac{1}{1{,}36}\right) = 81{,}2\cdot 0{,}265 = 21{,}5 \quad \text{kVA}$$

Date le particolari condizioni di funzionamento possiamo scegliere una macchina con potenza ridotta (25-30% della potenza relativa al servizio continuo):

$$S_2 = 0{,}25\cdot 81{,}2 = 20{,}3 \quad \text{kVA}$$

$$S_d = 0{,}25\cdot 21{,}5 = 5{,}4 \quad \text{kVA}$$

Rendimento del sistema

Per rendimento del sistema si immagina che il redattore del problema intendesse linea + motore, non avrebbe molto senso infatti calcolare il rendimento del sistema linea + autotrasformatore + motore essendo l'autotrasformatore operativo per i pochi secondi necessari all'avviamento e poi escluso (la precisazione è dovuta perché la posizione della domanda nel contesto potrebbe trarre in inganno).

Calcoleremo quindi il rendimento nelle condizioni di pieno carico del motore.

A pieno carico il motore assorbe una Potenza:

$$P_A = 22990 \quad \text{W}$$

con $\cos\varphi = 0{,}8$ cui corrisponde una potenza reattiva:

$$Q_A = P_A \tan\varphi = 22990\cdot 0{,}75 = 17243 \quad \text{VAR}$$

La linea è percorsa dalla corrente nominale del motore:

$$I_1 = 41{,}5 \quad \text{A}$$

Calcoliamo ora le perdite in linea:

$$P_l = 3R_l I_1^2 = 3\cdot 3{,}2\cdot 41{,}5^2 = 16534 \quad \text{W}$$

e la potenza reattiva di linea:

$$Q_l = 3X_l I_1^2 = 3\cdot 6\cdot 41{,}5^2 = 31000 \quad \text{VAR}$$

Si noti come la linea dissipi per effetto joule una potenza pari al: $\frac{16534}{22990}100 = 72\,\%$ della potenza assorbita dal motore e una potenza reattiva quasi doppia di quella assorbita dal motore.

L'impedenza di linea è: $Z_l = R_l + jX_l = 3{,}2 + j6 = 6{,}8\,\underline{/62°}$ e provoca una caduta di tensione di fase stimata con la cdt industriale anche se con questi valori di impedenza l'approssimazione non è buona:

$$\Delta V = I_1(R_l \cos\varphi + X_l \sin\varphi) = 41{,}5(3{,}2\cdot 0{,}8 + 6\cdot 0{,}6) = 256 \quad \mathrm{V}$$

per cui, per alimentare il motore a 230 V di fase di deve alimentare la linea alla partenza con una tensione di fase di:

$$V_0 = 230 + 256 = 486\, V$$

In altre parole la cdt sulla linea è pari al : $\frac{256}{230}100 = 111\,\%$ della tensione di alimentazione del motore.

Francamente sfugge la logica di questa scelta.

Riduzione della velocità

Per un motore a gabbia la variazione di velocità può essere ottenuta attraverso una variazione della frequenza.
La velocità di sincronismo a 50 Hz è:

$$\omega_1 = \frac{2\pi f}{p} = \frac{2\pi 50}{3} = 104{,}7 \quad \mathrm{rad/s}$$

Una riduzione del 10% della velocità comporta che:

$$\omega'_1 = 0{,}9\,\omega_1 = 0{,}9\cdot 104{,}7 = 94{,}2 \quad \mathrm{rad/s}$$

da cui la frequenza con la quale si dovrà alimentare il motore:

$$f' = \frac{\omega'_1 p}{2\pi} = \frac{94{,}2\cdot 3}{2\pi} = 45 \quad \mathrm{Hz}$$

Essendo al di sotto della frequenza nominale la regolazione della velocità dovrà avvenire a flusso costante, cioè mantenendo costante il rapporto:

$$\frac{V_1}{f} = costante$$

ciò implica che la coppia massima resti cotante, infatti si può dimostrare che la coppia massima dipende direttamente dal quadrato della tensione e dall'inverso del quadrato della frequenza:

$$T_{MAX} = \frac{K V^2}{f}\cdot\frac{1}{X'_2} = \frac{K V^2}{f}\cdot\frac{1}{2\pi f L'_2} = K'\frac{V^2}{f^2} = K'\left(\frac{V}{f}\right)^2$$

e, per piccoli scorrimenti, la variazione della frequenza provoca una traslazione della caratteristica meccanica. Ciò comporta che, diminuendo la frequenza la stessa coppia verrà erogata a minore velocità.

Quindi:

$$\frac{V_1}{f} = \frac{V'_1}{f'}$$

$$V'_1 = V_1 \frac{f'}{f} = 400 \frac{45}{50} = 360 \quad \text{V}$$

La potenza resa, dato che $\omega'_1 = 94{,}2$ rad/s e la coppia deve restare costante al valore $T_R = 197$ Nm, assume il valore:

$$P'_R = \omega'_1 T = 94{,}2 \cdot 197 = 18558 \quad \text{W}$$

Ipotizziamo che il rendimento resti invariato anche se nella realtà la diminuzione della frequenza, mantenendo costante il flusso implica una riduzione delle perdite nel ferro e meccaniche.
Avremo allora una

$$P'_A = \frac{P'_R}{\eta} = \frac{18558}{0{,}87} = 21331 \quad \text{W}$$

e una corrente assorbita, calcolata ritenendo invariato anche il fattore di potenza:

$$I'_A = \frac{21331}{\sqrt{3}360\,0{,}8} = 42{,}8 \quad \text{A}$$

paragonabile alla corrente nominale.

Il dispositivo che realizza la variazione di velocità è costituito da un raddrizzatore che trasforma la la tensione alternata trifase in continua seguito da un invertitore trifase che trasforma la continua in alternata con i nuovi parametri di tensione e frequenza. Peraltro questo sistema può esser usato per controllare il motore allo spunto in luogo dell'autotrasformatore.

Rifasamento

Il testo parla di rifasamento del sistema cioè, a rigore, il sistema linea + motore.
Ipotizziamo anche che la frequenza sia quella originale di 50 Hz e calcoliamo il fattore di potenza totale

$$P_{Tot} = P_l + P_A = 16534 + 22990 = 39524 \quad \text{W}$$

$$Q_{Tot} = Q_l + Q_A = 31000 + 17243 = 48243 \quad \text{W}$$

$$\tan\varphi_{Tot} = \frac{48243}{39524} = 1{,}22$$

da cui il fattore di potenza totale:

$$\cos\varphi_{Tot} = 0{,}634$$

Ovvio che rifasando a 0,9 si avrebbe a parità di tensione in partenza della linea una riduzione della corrente che alimenterà il sistema:.

Detta I'_1 la corrente dopo il rifasamento avremo a parità di potenza e di tensione in partenza della linea:

$$I'_1 = I_1 \frac{0{,}634}{0{,}9} = 41{,}5 \frac{0{,}634}{0{,}9} = 29{,}2 \quad \text{A}$$

Quindi il sistema linea + motore richiederà al sistema di alimentazione esterno una corrente di 29,2 A con una riduzione circa del 30% rispetto alla corrente non rifasata. Si può facilmente verificare che ciò comporta una riduzione quasi del 50% delle perdite joule in linea, infatti se $P = R I^2$ riducendo del 30% la corrente si ha $P' = R(0{,}7 I)^2 = 0{,}49 R I^2 = 0{,}49 P$

La potenza rifasante può essere calcolata con la nota formula:

$$Q_C = P(\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2) = 39524(1{,}22 - 0{,}484) = 29090 \quad \text{VAR}$$

Data la disastrosa scelta della linea sarebbe opportuno rifasare anche il motore cercando di limitare i danni. Ipotizziamo di portare il fdp del motore almeno a 0,94 mediante rifasamento. Questo produrrebbe una riduzione della corrente di

$$\frac{0{,}8}{0{,}94} = 0{,}85$$

e quindi avremmo:

$$I_1 = 0{,}85 \cdot 41{,}5 = 35{,}3 \quad \text{A}$$

Con questa corrente avremmo:

$$P_l = 3 R_l I_1^2 = 3 \cdot 3{,}2 \cdot 35{,}3^2 = 11945 \quad \text{A}$$

con una riduzione di quasi il 28% delle perdite in linea.
Si dovrebbe poi ricalcolare il fattore di potenza totale per il rifasamento a monte della linea.